(Bereits gelöstes) Problem

> Eine Maschine soll so überwacht werden, dass ein Warnsignal (W=1) abgegeben wird, wenn eine Störung eintritt (S=1) und während der Störung der Aufsichtsposten nicht besetzt ist (A=0) und eine Resettaste nicht gedrückt ist (R=0). Weiterhin soll das Warnsignal gegeben werden, wenn die Resettaste betätigt ist, obwohl keine Störung vorliegt.

Das Warnsignal W hängt von den drei Variablen S, A und R ab. Die Funktion kann in einer Funktionstabelle dargestellt werden.

	S	A	R	W	$\overline{W}$	Konjunktionsterm
Zeile 0	0	0	0	0	1	
Zeile 1	0	0	1	1	0	$\overline{S} \wedge \overline{A} \wedge R$
Zeile 2	0	1	0	0	1	
Zeile 3	0	1	1	1	0	$\overline{S} \wedge A \wedge R$
Zeile 4	1	0	0	1	0	$S \wedge \overline{A} \wedge \overline{R}$
Zeile 5	1	0	1	0	1	
Zeile 6	1	1	0	0	1	
Zeile 7	1	1	1	0	1	

Disjunktive Normalform

Wir haben bei unserer Lösung alle Zeilen mit einer 1 für W betrachtet, für jede Zeile den **Konjunktionsterm**[1] und alle Konjunktionsterme mit ODER (**disjunktiv**) verknüpft. Der Funktionsterm für das Beispiel lautete

$$W = (\overline{S} \wedge \overline{A} \wedge R) \vee (\overline{S} \wedge A \wedge R) \vee (S \wedge \overline{A} \wedge \overline{R})$$

Dieser Funktionsterm heißt **disjunktive Normalform**.

Konjunktive Normalform

Die disjunktive Normalform wird mühsam, wenn es mehr Einsen als Nullen in der Spalte für W gibt. Dann bietet sich eine andere Vorgehensweise an. Wir bilden die disjunktive Normalform für $\overline{W}$:

$$\overline{W} = (\overline{S} \wedge \overline{A} \wedge \overline{R}) \vee (\overline{S} \wedge A \wedge \overline{R}) \vee (S \wedge \overline{A} \wedge R) \vee (S \wedge A \wedge \overline{R}) \vee (S \wedge A \wedge R)$$

[1] Konjunktion = UND-Verknüpfung

Dann erhalten wir W durch Negation des gesamten Terms:

$$W = \overline{(\overline{S} \wedge \overline{A} \wedge \overline{R}) \vee (\overline{S} \wedge A \wedge \overline{R}) \vee (S \wedge \overline{A} \wedge R) \vee (S \wedge A \wedge \overline{R}) \vee (S \wedge A \wedge R)}$$

Nach den Regeln von De Morgan ergibt sich

$$W = \overline{(\qquad\qquad\qquad)}\quad\overline{(\qquad\qquad\qquad)}\quad\overline{(\qquad\qquad\qquad)}\quad\overline{(\qquad\qquad\qquad)}\quad\overline{(\qquad\qquad\qquad)}$$

$$= (\qquad\qquad\qquad)\quad(\qquad\qquad\qquad)\quad(\qquad\qquad\qquad)\quad(\qquad\qquad\qquad)\quad(\qquad\qquad\qquad)$$

Damit erhalten wir eine neue Regel, die immer dann günstiger ist, wenn es wenige Nullen für W gibt:

> *Wir bilden für alle Zeilen mit einer 0 für W den Disjunktionsterm und verknüpfen alle diese Terme konjunktiv.*

Der Funktionsterm heißt **konjunktive Normalform**.

Übung 1

Die Beleuchtung eines Treppenhauses soll mit drei Schaltern S_1, S_2 und S_3 an verschiedenen Stellen jederzeit ein- bzw. ausgeschaltet werden können (Wechselschaltung). Wenn z.B. der Schalter S_2 auf 1 steht und die Beleuchtung B aus ist, muss die Beleuchtung bei beliebiger Stellung von S_1 und S_3 beim Schalten auf 0 angeschaltet werden.
Ergänze die Wahrheitstabelle, bilde die Funktionsterme und baue die Schaltungen.

	S_1	S_2	S_3	B	Konjunktionsterm	Disjunktionsterm
Zeile 1	0	0	0			
Zeile 2	0	0	1			
Zeile 3	0	1	0			
Zeile 4	0	1	1			
Zeile 5	1	0	0			
Zeile 6	1	0	1			
Zeile 7	1	1	0			
Zeile 8	1	1	1			

Die disjunktive Normalform:

Die konjunktive Normalform:

Übung 2

Wir haben schon den sogenannten **Halbaddierer** kennen gelernt. Diese Schaltung konnte zwei Bits addieren und eine Summen- und eine Übertragsziffer bilden.
Ein **Volladdierer** ist eine Schaltung, die zwei Bits und einen Übertrag, d.h. drei Bits addieren kann.
Ergänze die Wahrheitstabelle für den Volladdierer, bilde die Funktionsterme für die Summenziffer S und die Übertragsziffer $\ddot{U}$ und baue die Schaltung.

	Bit 1	Bit 2	Bit 3	S	$\ddot{U}$	Term für S	Term für $\ddot{U}$
Zeile 1	0	0	0				
Zeile 2	0	0	1				
Zeile 3	0	1	0				
Zeile 4	0	1	1				
Zeile 5	1	0	0				
Zeile 6	1	0	1				
Zeile 7	1	1	0				
Zeile 8	1	1	1				

Die Funktion für die Summe:

$S =$

Die Funktion für den Übertrag:

$\ddot{U} =$